

## Messwerterfassung und Auswertung

### 1.) Fehlerarten

**T** Man unterscheidet bei jedem Experiment ( Messung ) **2 Fehlerarten** :

#### **Systematische Fehler**

Meßgeräte sind falsch geeicht,  
Ungleichmäßige Skaleneinteilung,  
Falsches Meßverfahren, ...

durch Änderung der Experimentier-  
anordnung verringierbar

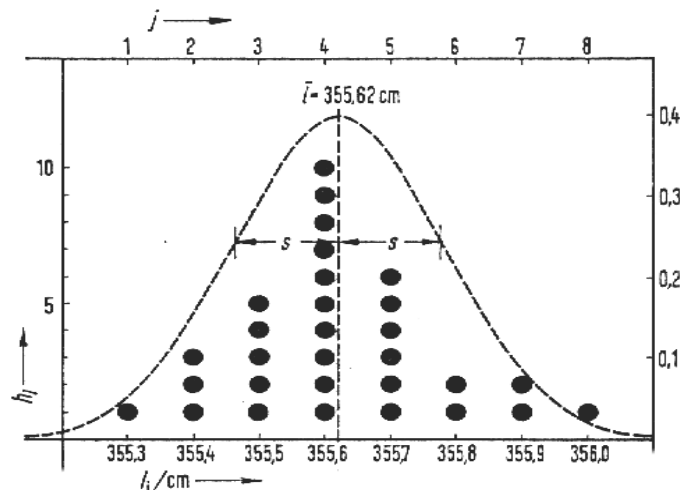
#### **Zufällige Fehler**

statistische Fehler durch  
Ableseungenauigkeit, äußere  
Einflüsse, ...

durch Mehrfachmessung und  
statistische Auswertung verringierbar

### 2.) Statistische Auswertung

**T** Die Ergebnisse von  $n$  Messungen zusammen ( z. B. 30 Längenmessungen ) werden häufig in einem Diagramm erfasst, in dem man waagrecht die Meßergebnisse und senkrecht die **absolute Häufigkeit** der betreffenden Werte oder die **relative Häufigkeit** aufträgt. Diese erhält man durch Division der absoluten Häufigkeit durch die Anzahl aller Messwerte ( = Stichprobenumfang ). Man erkennt, dass gewisse Messergebnisse besonders häufig vorkommen und alle Messergebnisse um einen Mittelwert verteilt sind. Oft lässt sich die Häufigkeitsverteilung durch eine **Gauss'sche Glockenkurve** ( Normalverteilung ) beschreiben.



Dem wahren Wert am nächsten kommt man durch eine Mittelwertbildung, wobei wir uns auf das **arithmetische Mittel  $\bar{m}$**  beschränken.



Das arithmetische Mittel ist folgendermaßen definiert:

$$m = \frac{1}{n} \sum_i x_i$$

Je mehr Messungen vorliegen, umso näher wird der Mittelwert beim wahren Wert liegen !

Der Mittelwert der Absolutbeträge der Abweichungen jedes einzelnen Messwertes  $x_i$  vom Mittelwert  $m$  heißt **durchschnittliche Abweichung** ( Fehler ).

**F** Schreibe eine geeignete Formel dafür hin:  $d = \dots\dots\dots$

Weitere wichtige Größen sind die **Varianz**  $s^2$ , welche ein Maß für die Streuung der Stichprobenwerte  $x_i$  um den Mittelwert  $m$  ist, sowie die **Streuung**  $s$  :

**Varianz**

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2$$

$x_i$  .... Messwerte

**Streuung ( Standardabweichung )**

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2}$$

$m$  .... arithmetischer Mittelwert

**Kennzeichen der Gauß-Verteilung ist, dass 68% der Messwerte im Intervall ( innerhalb der Fehlerbreite )  $\pm s$  um den wahren Wert liegen.**

**E** In Zweiergruppen wird folgendes gemessen:

a) Die Schwingungsdauer eines Fadenpendels ( kleiner Eisenwürfel am Zwirnfaden, Pendellänge  $l = 20$  cm ) **5 mal** möglichst genau. Bildet den Mittelwert der Messungen !

b) Die Dicke der Stativstange mit Hilfe einer Schublehre ( Nonius verwenden ! ).

c) Die Dicke eines Blattes des Physikbuches. Entwerft dazu ein möglichst genaues Messverfahren! ( **kurze Beschreibung auf der Rückseite !** )

Die Ergebnisse werden gesammelt ( **Tabelle an Tafel** ) und die jeweiligen maximalen absoluten und relativen Fehler bezüglich des theoretischen Wertes für das Pendel  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$  bzw. bezüglich der Gesamtmittelwerte bei b) und c) bestimmt :

$T_{\text{gemessen}} = \dots\dots\dots$  s       $T_{\text{gerechnet}} = \dots\dots\dots$  s      rel. Fehler =  $\dots\dots\dots$  %

$d_{\text{Stativ, gem.}} = \dots\dots\dots$  mm       $d_{\text{S, m}} = \dots\dots\dots$  mm      rel. Fehler =  $\dots\dots\dots$  %

$d_{\text{Blatt, gem.}} = \dots\dots\dots$  mm       $d_{\text{B, m}} = \dots\dots\dots$  mm      rel. Fehler =  $\dots\dots\dots$  %



### 3.) Fehlerfortpflanzung

**T** Grundsätzlich unterscheidet man zwischen **absoluten Fehlern** ( Abweichung vom wahren Wert oder Mittelwert ) und **relativen Fehlern** ( absoluter Fehler dividiert durch wahren Wert, Angabe meist in Prozent ).

Man gibt Ergebnisse üblicherweise in folgender Form an :

$$A \pm a \quad \text{oder} \quad A \pm a/A \% ; \quad A \text{ Messgröße, } a \text{ absoluter Fehler}$$

Es gelten folgende Regeln für die "Fehlerrechnung" :

**Summenregel :** Für die Addition ( Subtraktion ) zweier Messgrößen A, B gilt :

$$A + B \pm \sqrt{(a^2 + b^2)} \quad \text{bzw.} \quad A - B \pm \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

( quadratische Addition der absoluten Fehler )

**Produktregel :** Für die Multiplikation ( Division ) zweier Messgrößen A, B gilt :

$$AB \pm AB \cdot \sqrt{(a^2 + b^2)} \quad \text{bzw.} \quad A/B \pm A/B \cdot \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

( quadratische Addition der relativen Fehler )

**R** Zwei Längen  $l_1$  und  $l_2$  wurden wie folgt gemessen:

$$l_1 = 30,0 \pm 0,3 \text{ cm} , \quad l_2 = 31,2 \pm 0,3 \text{ cm}$$

a) Der **relative Fehler** bei beiden Messungen beträgt etwa ..... %

b) Ermittle die **Differenz d** zwischen den beiden Längen und den maximal möglichen absoluten Fehler:

$$d = \dots\dots \pm \dots\dots \text{ cm} \quad ( \text{Maximum} )$$

c) Wie groß ist der relative Fehler des Resultates ? ( Vergleiche mit dem relativen Fehler der Einzelmessungen !! )

$$\text{Rel. Fehler} = \dots\dots \%$$

d) Vergleiche mit dem Ergebnis der Summenregel: **( 2 Zusatzpunkte )**

