

Messwerterfassung und Auswertung

1.) Fehlerarten

T Man unterscheidet bei jedem Experiment (Messung) **2 Fehlerarten** :

Systematische Fehler

Meßgeräte sind falsch geeicht,
Ungleichmäßige Skaleneinteilung,
Falsches Meßverfahren, ...

durch Änderung der Experimentieranordnung verringerbar

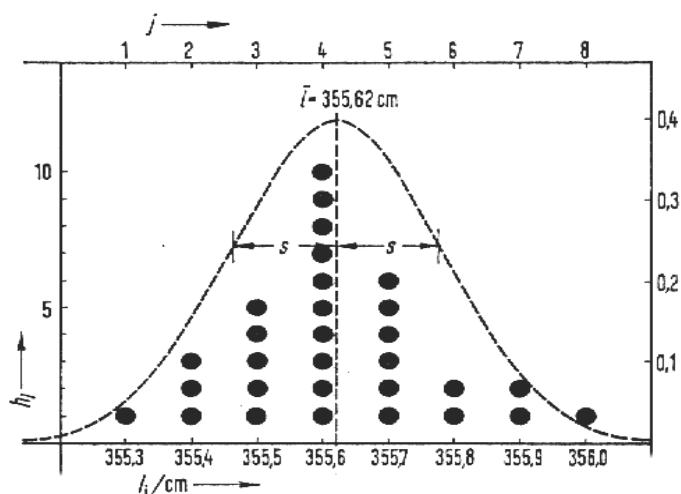
Zufällige Fehler

statistische Fehler durch
Ablesegenauigkeit, äußere
Einflüsse, ...

durch Mehrfachmessung und
statistische Auswertung verringerbar

2.) Statistische Auswertung

T Die Ergebnisse von n Messungen zusammen (z. B. 30 Längenmessungen) werden häufig in einem Diagramm erfasst, in dem man waagrecht die Meßergebnisse und senkrecht die **absolute Häufigkeit** der betreffenden Werte oder die **relative Häufigkeit** aufträgt. Diese erhält man durch Division der absoluten Häufigkeit durch die Anzahl aller Messwerte (= Stichprobenumfang). Man erkennt, dass gewisse Messergebnisse besonders häufig vorkommen und alle Messergebnisse um einen Mittelwert verteilt sind. Oft lässt sich die Häufigkeitsverteilung durch eine **Gauss'sche Glockenkurve** (Normalverteilung) beschreiben.



Dem wahren Wert am nächsten kommt man durch eine Mittelwertbildung, wobei wir uns auf das **arithmetische Mittel m** beschränken.



Das arithmetische Mittel ist folgendermaßen definiert:

$$m = \frac{1}{n} \sum_i x_i$$

Je mehr Messungen vorliegen, umso näher wird der Mittelwert beim wahren Wert liegen !

Der Mittelwert der Absolutbeträge der Abweichungen jedes einzelnen Messwertes x_i vom Mittelwert m heißt **durchschnittliche Abweichung** (Fehler).

F Schreibe eine geeignete Formel dafür hin: $d = \dots$

Weitere wichtige Größen sind die **Varianz** s^2 , welche ein Maß für die Streuung der Stichprobenwerte x_i um den Mittelwert m ist, sowie die **Streuung** s :

Varianz

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2$$

x_i Messwerte

Streuung (Standardabweichung)

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2}$$

m arithmetisches Mittel

Kennzeichen der Gauß-Verteilung ist, dass 68% der Messwerte im Intervall (innerhalb der Fehlerbreite) $\pm s$ um den wahren Wert liegen.

E In Zweiergruppen wird folgendes gemessen:

- a) Die Schwingungsdauer eines Fadenpendels (kleiner Eisenwürfel am Zwirnfaden, Pendellänge $l = 20$ cm) **5 mal** möglichst genau. Bildet den Mittelwert der Messungen !
- b) Die Dicke der Stativstange mit Hilfe einer Schublehre (Nonius verwenden !).
- c) Die Dicke eines Blattes des Physikbuches. Entwerft dazu ein möglichst genaues Messverfahren! (**kurze Beschreibung auf der Rückseite !**)

Die Ergebnisse werden gesammelt (**Tabelle an Tafel**) und die jeweiligen maximalen absoluten und relativen Fehler bezüglich des theoretischen Wertes für das Pendel $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ bzw. bezüglich der Gesamtmittelwerte bei b) und c) bestimmt :

$$T_{\text{gemessen}} = \dots \text{ s} \quad T_{\text{gerechnet}} = \dots \text{ s} \quad \text{rel. Fehler} = \dots \%$$

$$d_{\text{Stativ, gem.}} = \dots \text{ mm} \quad d_{S, m} = \dots \text{ mm} \quad \text{rel. Fehler} = \dots \%$$

$$d_{\text{Blatt, gem.}} = \dots \text{ mm} \quad d_{B, m} = \dots \text{ mm} \quad \text{rel. Fehler} = \dots \%$$



3.) Fehlerfortpflanzung

T Grundsätzlich unterscheidet man zwischen **absoluten Fehlern** (Abweichung vom wahren Wert oder Mittelwert) und **relativen Fehlern** (absoluter Fehler dividiert durch wahren Wert, Angabe meist in Prozent).

Man gibt Ergebnisse üblicherweise in folgender Form an :

$$A \pm a \quad \text{oder} \quad A \pm a/A \% ; \quad A \text{ Messgröße, } a \text{ absoluter Fehler}$$

Es gelten folgende Regeln für die "Fehlerrechnung" :

Summenregel : Für die Addition (Subtraktion) zweier Messgrößen A, B gilt :

$$A + B \pm \sqrt{(a^2 + b^2)} \quad \text{bzw. } A - B \pm \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

(quadratische Addition der absoluten Fehler)

Produktregel : Für die Multiplikation (Division) zweier Messgrößen A, B gilt :

$$AB \pm AB \cdot \sqrt{(a^2 + b^2)} \quad \text{bzw. } A/B \pm A/B \cdot \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

(quadratische Addition der relativen Fehler)

R Zwei Längen l_1 und l_2 wurden wie folgt gemessen:

$$l_1 = 30,0 \pm 0,3 \text{ cm}, \quad l_2 = 31,2 \pm 0,3 \text{ cm}$$

a) Der **relative Fehler** bei beiden Messungen beträgt etwa %

b) Ermittle die **Differenz d** zwischen den beiden Längen und den maximal möglichen absoluten Fehler:

$$d = \pm \text{ cm} \quad (\text{Maximum})$$

c) Wie groß ist der relative Fehler des Resultates ? (Vergleiche mit dem relativen Fehler der Einzelmessungen !!)

$$\text{Rel. Fehler} = \%$$

d) Vergleiche mit dem Ergebnis der Summenregel: **(2 Zusatzpunkte)**

