

Messwerterfassung und Auswertung

1.) Fehlerarten

T Man unterscheidet bei jedem Experiment (Messung) **2 Fehlerarten** :

Systematische Fehler

Meßgeräte sind falsch geeicht,
Ungleichmäßige Skaleneinteilung,
Falsches Meßverfahren, ...

durch Änderung der Experimentier-
anordnung verringierbar

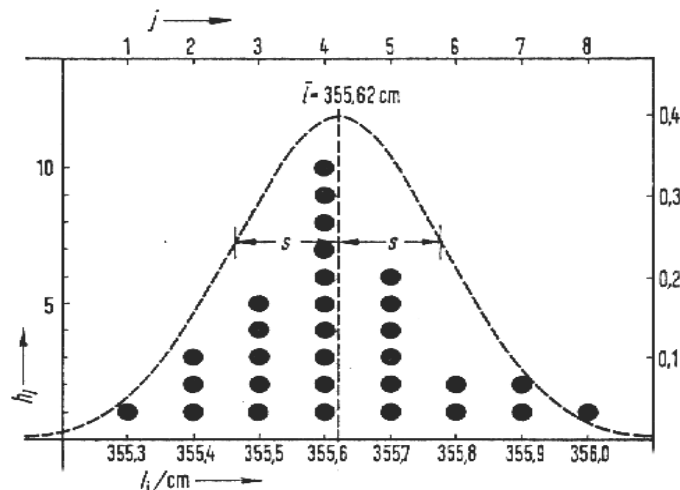
Zufällige Fehler

statistische Fehler durch
Ableseungenauigkeit, äußere
Einflüsse, ...

durch Mehrfachmessung und
statistische Auswertung verringierbar

2.) Statistische Auswertung

T Die Ergebnisse von n Messungen zusammen (z. B. 30 Längenmessungen) werden häufig in einem Diagramm erfasst, in dem man waagrecht die Meßergebnisse und senkrecht die **absolute Häufigkeit** der betreffenden Werte oder die **relative Häufigkeit** aufträgt. Diese erhält man durch Division der absoluten Häufigkeit durch die Anzahl aller Messwerte (= Stichprobenumfang). Man erkennt, dass gewisse Messergebnisse besonders häufig vorkommen und alle Messergebnisse um einen Mittelwert verteilt sind. Oft lässt sich die Häufigkeitsverteilung durch eine **Gauss'sche Glockenkurve** (Normalverteilung) beschreiben.



Dem wahren Wert am nächsten kommt man durch eine Mittelwertbildung, wobei wir uns auf das **arithmetische Mittel m** beschränken.



Das arithmetische Mittel ist folgendermaßen definiert:

$$m = \frac{1}{n} \sum_i x_i$$

Je mehr Messungen vorliegen, umso näher wird der Mittelwert beim wahren Wert liegen !

Der Mittelwert der Absolutbeträge der Abweichungen jedes einzelnen Messwertes x_i vom Mittelwert m heißt **durchschnittliche Abweichung** (Fehler).

F Schreibe eine geeignete Formel dafür hin: $d = \dots\dots\dots$

Weitere wichtige Grössen sind die **Varianz** s^2 , welche ein Maß für die Streuung der Stichprobenwerte x_i um den Mittelwert m ist, sowie die **Streuung** s :

Varianz

Streuung (Standardabweichung)

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2}$$

x_i Messwerte

m arithmetischer Mittelwert

Kennzeichen der Gauß-Verteilung ist, dass 68% der Messwerte im Intervall (innerhalb der Fehlerbreite) $\pm s$ um den wahren Wert liegen.

E In Zweiergruppen wird folgendes gemessen:

a) Die Schwingungsdauer eines Fadenpendels (kleiner Eisenwürfel am Zwirnfaden, Pendellänge $l = 20$ cm) **5 mal** möglichst genau. Bildet den Mittelwert der Messungen !

b) Die Dicke der Stativstange mit Hilfe einer Schublehre (Nonius verwenden !).

c) Die Dicke eines Blattes des Physikbuches. Entwerft dazu ein möglichst genaues Messverfahren! (**kurze Beschreibung auf der Rückseite !**)

Die Ergebnisse werden gesammelt (**Tabelle an Tafel**) und die jeweiligen maximalen absoluten und relativen Fehler bezüglich des theoretischen Wertes für das Pendel $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ bzw. bezüglich der Gesamtmittelwerte bei b) und c) bestimmt :

$T_{\text{gemessen}} = \dots\dots$ s $T_{\text{gerechnet}} = \dots\dots$ s rel. Fehler = $\dots\dots$ %

$d_{\text{Stativ, gem.}} = \dots\dots$ mm $d_{s, m} = \dots\dots$ mm rel. Fehler = $\dots\dots$ %

$d_{\text{Blatt, gem.}} = \dots\dots$ mm $d_{B, m} = \dots\dots$ mm rel. Fehler = $\dots\dots$ %



3.) Fehlerfortpflanzung

T Grundsätzlich unterscheidet man zwischen **absoluten Fehlern** (Abweichung vom wahren Wert oder Mittelwert) und **relativen Fehlern** (absoluter Fehler dividiert durch wahren Wert, Angabe meist in Prozent).

Man gibt Ergebnisse üblicherweise in folgender Form an :

$$A \pm a \quad \text{oder} \quad A \pm a/A \% ; \quad A \text{ Messgröße, } a \text{ absoluter Fehler}$$

Es gelten folgende Regeln für die "Fehlerrechnung" :

Summenregel : Für die Addition (Subtraktion) zweier Messgrößen A, B gilt :

$$A + B \pm \sqrt{(a^2 + b^2)} \quad \text{bzw.} \quad A - B \pm \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

(quadratische Addition der absoluten Fehler)

Produktregel : Für die Multiplikation (Division) zweier Messgrößen A, B gilt :

$$AB \pm AB \cdot \sqrt{(a^2 + b^2)} \quad \text{bzw.} \quad A/B \pm A/B \cdot \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

(quadratische Addition der relativen Fehler)

R Zwei Längen l_1 und l_2 wurden wie folgt gemessen:

$$l_1 = 30,0 \pm 0,3 \text{ cm}, \quad l_2 = 31,2 \pm 0,3 \text{ cm}$$

a) Der **relative Fehler** bei beiden Messungen beträgt etwa %

b) Ermittle die **Differenz d** zwischen den beiden Längen und den maximal möglichen absoluten Fehler:

$$d = \dots \pm \dots \text{ cm} \quad (\text{Maximum})$$

c) Wie groß ist der relative Fehler des Resultates ? (Vergleiche mit dem relativen Fehler der Einzelmessungen !!)

$$\text{Rel. Fehler} = \dots \%$$

d) Vergleiche mit dem Ergebnis der Summenregel: **(2 Zusatzpunkte)**

